

G.P. Lyapunova

ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODEL OF DISTRIBUTION OF URBAN FUNCTIONS AMONG TERRITORIAL UNITS OF URBAN AGGLOMERATION

The research is made within the Study of coordinated development of cities, regions and natural environment applying mathematical models aimed at sustainable development of urban environment, industry and transport infrastructure using data analysis, grant AAAA-A19-119021390164-1

Galina Lyapunova - senior researcher, the Laboratory of Mathematical Modelling of Functional-Spatial Development of Cities, Institute of Regional Economics, the Russian Academy of Sciences PhD in Economics, associate professor, St. Petersburg; e-mail: glyapunova@yandex.ru.

We introduce a mathematical model of the distribution of urban functions between the territorial units of an agglomeration taking into account the historical functional load of the center and the needs of the periphery. The model uses the information concerning current and desired functional load distribution of units and their investment attractiveness. The modeling process is focused on maximizing the total economic effect by creating an effective distribution of functions between territorial units.

Keywords: functional load; territorial entity; investment attractiveness; transport problem; modeling; functional load distribution.

Г.П. Ляпунова

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ МЕЖДУ ТЕРРИТОРИАЛЬНЫМИ ОБРАЗОВАНИЯМИ ГОРОДСКОЙ АГЛОМЕРАЦИИ

Работа выполнена в рамках темы НИР «Исследование согласованного развития городов, регионов и природной среды методами математического моделирования, направленное на устойчивое развитие городской среды, промышленности и транспортной инфраструктуры с использованием методов анализа данных», номер Г.П. AAAA-A19-119021390164-1

Галина Платоновна Ляпунова – старший научный сотрудник лаборатории математического моделирования функционально-пространственного развития городов Института проблем региональной экономики Российской академии наук (ИПРЭ РАН), кандидат экономических наук, доцент, г. Санкт-Петербург; e-mail: glyapunova@yandex.ru.

Представлены результаты разработки математической модели распределения городских функций между территориальными образованиями агломерации с учетом исторически сложившейся функциональной нагрузки центра и потребностей периферии. В модели используется информация об имеющейся и желаемой функциональной обеспеченности территориальных образований и их инвестиционной привлекательности. Процесс моделирования ориентирован на создание такого распределения функций между территориальными образованиями, при котором максимизируется суммарный экономический эффект.

Ключевые слова: функциональная нагрузка; территориальное образование; инвестиционная привлекательность; транспортная задача; моделирование; распределение функциональной нагрузки.

Основные проблемы сплошного распределения функций. Крупные города с широкими и разнообразными связями в процессе исторического развития превращаются в сложные многофункциональные, сочетающие административно-политические, культурные и экономические градообразующие функции с развитой промышленностью и транспортом конгломераты территориальных образований. Рациональное распределение функций между городскими территориальными образованиями выступает как естественный градостроительный регулятор их развития, позволяет сохранять баланс интересов физических и юридических лиц, распоряжающихся и пользующихся той или иной территорией, и является залогом успешного развития.

Необходимо отметить, что процесс распределения функций предполагает не только выбор наилучших видов экономического использования территории, но и создание для населения комфортных условий жизнедеятельности. В связи с этим в научно-практической литературе выделяются следующие основные функции городов:

- демографическо-расселенческие;
- административно-управленческие;
- производственные (создание материальных благ);
- социально-бытовые;
- образовательно-культурные;
- инновационные и научно-технические;
- внешнеэкономические;
- торгово-распределительные;
- информационные;
- транспортно-коммуникационные;
- рекреационно-туристические;
- спортивно-оздоровительные;
- социально-экологические и природоохранные.

Список функций городов включает в себя в настоящее время также функции, связанные с телекоммуникациями, сбором и обработкой информации и т.п. В будущем, несомненно, появятся новые функции, отвечающие за удовлетворение более современных требований населения города к качеству среды обитания. Среди ос-

новных требований к распределению функций и его оценке отметим следующие:

- распределение функций должно быть сплошным, т.е. охватывать всю городскую территорию и все виды функций;
- объем статистических данных должен быть достаточен для получения достоверных прогнозов развития территории в разрезе его территориальных образований.

При проведении сплошного распределения, когда рассматривается вся совокупность территориальных образований и функций, использование построенных на результатах наблюдения статистических закономерностей должно принципиально сопровождаться учетом реальных объемов потребностей в различных видах деятельности. Так, например, количество и распределение средних учебных заведений в городе определяется на основе демографических прогнозов, количество коммерческих объектов различного назначения связано с общим покупательским потенциалом жителей и гостей города, объем сети лифтовой функции зависит от демографического состава и численности населения и т.п. При этом потребность в развитии любой функции зависит как от общего объема потребности в соответствующих благах, так и от степени насыщения этой потребности в данный момент. Таким образом, при разработке перспективных планов возникает задача определения способов наилучшего распределения функций для всей совокупности территориальных образований одновременно с учетом достигнутого уровня функциональной нагрузки территориальных образований. При этом, полученное распределение функциональной нагрузки по территории города должно быть оптимальным по Парето, то есть его невозможно улучшить для какого-то участника распределения (территориального образования) без того, чтобы не ухудшить для другого участника.

Процесс сплошного распределения функций осуществляется с учетом исторически сложившейся функциональной нагрузки территориальных образований и

должен обеспечивать общегородской функциональный баланс в разрезе каждой городской функции. Существующий объем нагрузки может быть недостаточным или избыточным, и, в зависимости от этого, осуществляется его корректировка в большую или меньшую сторону. Также необходимо учитывать, что иногда снижение или повышение функциональной нагрузки территориального образования по каким-то направлениям невозможно или нежелательно по объективным причинам. Особенно часто такие ситуации складываются в ядре крупного города как месте высокой концентрации функций.

Функциональные особенности центра города и его исторического ядра. Обязательным условием сплошного распределения является сохранение и развитие функций центра города и его ядра. Значение центра города наиболее полно было определено в книге В. Лаврова «Город и его общественный центр». В.А. Лавров подчеркивает, что «городские общественные центры, в пределах которых сосредоточены административные, общественные и торговые здания, всегда были узловыми пунктами планировочной структуры города. Они объединяли план города, определяя в значительной мере характер его застройки. Без них город распался на ряд изолированных частей, не связанных общим планировочным замыслом» [5]. Привлекательность центра города для населения объясняется культурными традициями, духовными ценностями и стереотипами, наличием особой интеллектуальной и духовной атмосферы, традициями городского поведения. В центре города с большей вероятностью, чем на периферии, можно получить качественные услуги по разным направлениям: образование, досуг, медицина и пр. Характерное для центра города сосредоточение предприятий и организаций объясняется высоким уровнем социального и экономического развития центрального района, в том числе привлекательным инвестиционным климатом.

Сохранение социально-экономической роли центра в процессе развития и трансформации территории города пред-

полагает как сохранение функциональных связей с окружающей территорией, так и наделение центра новыми общегородскими функциями¹. Дж. Форрестер, исследуя 250-летний цикл развития города, показал, что притягательность города (точнее «старого города» – прим. автора) увеличивается или уменьшается в зависимости от изменения характеристик окружающей среды. Иными словами, городской центр длительное время сохраняет устойчивые и самостоятельные признаки территориальной и пространственной привязанности, но возникновение новых районов застройки ведет к изменению сложившихся функциональных связей, а также к изменению их значения в масштабах города [11].

На содержание и объем функциональной нагрузки центра города большое влияние оказывают мероприятия по переходу от моноцентричной к полицентричной системе организации городского пространства. Например, формирование полицентрической системы в Санкт-Петербурге привело к созданию крупных обслуживающих центров в районах массовой жилой застройки², строительству новых межселенных многофункциональных центров на подъездах к городу, развитию центров обслуживания в существующих и вновь формируемых поселениях [1].

Как результат этих мероприятий, в последнее десятилетие в Петербурге наблюдается снижение подвижности на связях периферии с Центральным планировочным районом [6; 8]. Изменения в восприятии социально-экономической роли центра Санкт-Петербурга, вызванные массовым жилищным строительством и формированием новых центров активности за его пределами за десятилетний период, показаны в статье [8] на основании ретроспективного анализа динамики и структуры пассажиропотоков на границе Центрального планировочного района Санкт-Петербурга (см. таблицу).

В исследованиях (см., напр., [2; 3; 5;

¹ Как справедливо указывает Л.И. Соколов «Нельзя называть какой-то объект центром, если у него нет связей с тем, центром чего он является» [9].

² Как правило, у станций метрополитена.

8; 9; 11]) предприняты попытки выявить набор функций устойчиво связанных с понятием «центр города». Обобщая приведенные подходы к данной проблеме, отметим, что ведущая роль принадлежит четырем основным функциям центра, определяющим его содержание и структуру в городах любой величины, административной, деловой, культурно-просветительной и торговой. Данное обстоятельство существенно сказывается на характере распределения функций между центром и периферией в крупном городе.

Описание модели сплошного распределения функций. Поскольку функциональное использование городских территориальных ресурсов служит основой финансовой политики крупного города, необходима разработка научно-практических рекомендаций по некоторым аспектам этой проблемы. В частности, это касается вопросов распределения функциональной нагрузки не только с учетом особенностей местоположения выделяемых для разных целей пространственных ресурсов и их стоимости, но и с учетом инвестиционной привлекательности территориальных образований. Одним из путей решения этой проблемы является создание многокритериальной модели распределения функций, учитывающей как основные свойства территориальных образований, так и основные закономерности развития крупного города, его исторического ядра, взаимовлияние территориальных образований и т.п.

Таким образом, в процессе моделирования должны решаться две задачи:

1. Определение эффективной функциональной нагрузки для каждого территориального образования в зависимости от их свойств и потребностей населения.

2. Распределение функций между территориальными образованиями (функ-

циональное зонирование).

Наличие многих заинтересованных сторон требует принятия решения на конкурентной основе, то есть решение задачи о распределении функциональной нагрузки должно обладать свойством устойчивости.

В общем случае модель распределения функциональной нагрузки между территориальными образованиями агломерации можно описать следующим образом.

Пусть в составе городского функционального баланса определена структурная организация и размеры участков, занимаемых отдельными элементами в составе каждой функциональной зоны городской агломерации, а также определен удельный вес этих площадей в общей площади зоны и расход территории в расчете на одного человека. Часть функциональной нагрузки жестко закреплена за территориями тех или иных территориальных образований (далее – закрепленные функции), что не позволяет на практике осуществить распределение нагрузки в объеме, предусмотренном прогнозным функциональным балансом. Соответственно, в процессе распределения будут участвовать, во-первых, свободные от жесткого закрепления функции в полном объеме, и, во-вторых, доступные для распределения части функциональной нагрузки для закрепленных функций. Назовем их лимитированными функциональными нагрузками. В модели мы ограничимся рассмотрением распределения лимитированной функциональной нагрузки между территориальными образованиями, так как процесс распределения нелимитированной нагрузки может быть представлен как частный случай распределения лимитированной.

Таким образом, необходимо произвести такое распределение лимитированной

Изменение пассажиропотока на границе ЦПР в утренний период перевозок с 7:00 до 10:00 рабочего дня в 2004 и 2014 гг.

Вид пассажирского транспорта	Изменение пассажиропотока 2014 к 2004, %
Всего	-19
Индивидуальный транспорт	-19
Уличный общественный транспорт	-36
Метрополитен	-15
Пригородная железная дорога	-57

функциональной нагрузки в периоде T , при котором суммарная экономическая эффективность распределения функциональной нагрузки будет максимальной. Введем следующие обозначения:

j – индекс территориального образования, $j=1,2,\dots,n$;

i – индекс лимитированной функциональной нагрузки, $i=1,2,\dots,m$;

a_{ij} – величина лимитированной функциональной нагрузки i , необходимой территориальному образованию j в запланированном объеме, га;

b_i – доступная для распределения лимитированной функциональной нагрузки i площадь города, га.

Будем рассматривать такие виды лимитированной функциональной нагрузки, для которых выполняется неравенство:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} > b_i, \quad i \in \{1,2,\dots,m\}. \quad (1)$$

Это означает, что невозможно обеспечить все территориальные образования функциональной нагрузкой в запланированном объеме в периоде T .

Поскольку для освоения распределенной функциональной нагрузки необходимы инвестиции, мы будем предполагать, что экономическая эффективность распределения для территориального образования j есть функция (f_j) от суммарной величины инвестиций (X_j), направляемых на объекты лимитированной функциональной нагрузки. Стоимость единицы лимитированной функциональной нагрузки i обозначим через p_i , в качестве меры стоимости функциональной нагрузки i может рассматриваться либо среднерыночная цена земли, либо удельная стоимость создания соответствующего объекта. Например, стоимость детского сада в расчете на одно место, гостиницы в расчете на одного постояльца, стоимость квадратного метра жилья и т.п.

Сплошное распределение функциональной нагрузки между территориальными образованиями можно интерпретировать как распределения видов землепользования на городской территории, учитывающее, с одной стороны, балансовые ограничения (1), а с другой стороны –

априорные представления о потенциальной полезности участков территории для различных видов деятельности. И вместо цен в этой ситуации можно рассматривать различные экономические характеристики территории, такие как ставки земельного налога, выкупные цены и пр.

Обозначим через x_{ij} искомую величину лимитированной нагрузки i , которая будет предоставлена территориальному образованию j , тогда

$$0 \leq x_{ij} \leq a_{ij}, \quad i=1,\dots,m, \quad j=1,\dots,n. \quad (2)$$

Условие (2) выполняется как для лимитированных, так и для нелимитированных видов функциональной нагрузки. Поскольку все, запланированные в периоде T , лимитированные объемы функциональной нагрузки должны быть распределены между территориальными образованиями, неравенство (1) трансформируется в равенство:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = b_i, \quad i=1,\dots,m. \quad (3)$$

Во введенных выше обозначениях, с учетом (3), суммарные инвестиции в объекты лимитированной функциональной нагрузки всех видов, адресованные территориальному образованию j , составят:

$$X_j = \sum_{i=1}^m p_i x_{ij}, \quad j=1,\dots,n. \quad (4)$$

Естественно предположить, что функции f_j линейны: $f_j(X_j) = c_j X_j$, $c_j \geq 0$, где c_j – экспертная оценка приоритетности территориального образования j для инвесторов, тогда экономический эффект для территориального образования j можно записать следующим образом:

$$f_j(X_j) = c_j \sum_{i=1}^m p_i x_{ij}. \quad (5)$$

Из теории многокритериальных оценок известно, что аддитивная свертка частных критериев в обобщенный критерий используется в случае их коррелированности. В предлагаемой модели это условие выполняется в силу ограниченности ресурсов, выделяемых городом на осуществление соответствующих мероприятий в плановом периоде. Следовательно, суммарная экономическая эффективность распределяемой функциональной нагруз-

ки представляет собой аддитивную функцию.

Таким образом, задача окончательно сводится к максимизации целевой функции (6) при условиях (2), (3):

$$F(X) = \sum_{i=1}^m f_j(X_j), j = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

С учетом (5) целевая функция (6) может быть представлена следующим образом:

$$F(X) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_j p_i x_{ij}. \quad (7)$$

Таким образом, для того, чтобы найти распределение лимитированной функциональной нагрузки между территориальными образованиями, необходимо решение задачи на максимизацию функционала вида (7) при условиях (2), (3). Такая структура задачи позволяет достаточно легко вводить дополнительные условия, влияющие на характер распределения, либо путем расширения множества ограничений, либо усложнением структуры априорного предпочтения. Поскольку объекты в составе видов функциональной нагрузки могут функционировать на различных условиях (самоокупаемость, субсидирование, извлечение прибыли), целесообразно, например, ввести ограничение вида:

$$C_i - \sum_{j=1}^n x_{ij} p_i^t \geq 0, \quad i \in \{1, 2, \dots, m\},$$

где $C_i > 0$ – суммарная ожидаемая доходность от i -го вида функционального использования за период эксплуатации t_i , рассчитанная по прогнозным данным, а p_i^t – дисконтированные значения величин p_i на момент окончания периода эксплуатации t .

Кроме того, при формировании априорного предпочтения могут быть учтены дополнительные требования со стороны различных видов функциональной нагрузки к размерам занимаемых участков территории (например, ограничение на минимальный размер занимаемой территории).

Полученное в результате решения задач (7), (2), (3) распределение территорий под различные виды функциональной на-

грузки позволяет вычислить суммарный для всего города экономический эффект от сплошного распределения.

Для определения оценок c_j можно использовать подход, предложенный в [9] применительно к модели оценки потенциального рентного дохода каждого вида землепользования с учетом характеристик конкретной территории. Для учета характеристик территории города авторы вводят понятие «рентных коэффициентов», которые отражают степень относительной выгоды различных участков территории для каждого из видов землепользования. Основой для их вычисления служит матрица весовых множителей, характеризующих степень значимости каждого из рентных факторов для каждого вида землепользования. Фактически рентный коэффициент вычисляется как скалярное произведение вектора рентных факторов квартала (в нашем случае это часть территориального образования) на соответствующую строку матрицы весовых множителей. При построении матрицы весовых множителей учитывается существующий на вторичном рынке недвижимости реальный уровень цен (продажи и аренды) на объекты различного назначения и характер распределения этих цен по территории города. Поскольку в нашем случае коэффициент c_j характеризует инвестиционную привлекательность территориального образования, возможно несколько способов его расчета на основе рентных коэффициентов. Например, вычисление средней величины, использование минимального или максимального значения и т.д.

Легко видеть, что задачи (7), (2), (3) являются задачами транспортного типа и могут решаться любым из методов решения таких задач.

Для случая нелимитированной функциональной нагрузки на практике ограничение (2) будет трансформировано в равенство:

$$x_{ij} = a_{ij}, \quad i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n,$$

что позволяет для нахождения оптимального решения использовать подход, описанный, например, в [4]. Для нахождения оптимального решения предлагается вос-

пользоваться тем фактом, что ее целевая функция достигает максимума, когда достигается максимума каждая внутренняя сумма выражения (7). Таким образом, задача распределения функциональной нагрузки между территориальными образованиями распадается на m независимых задач линейного программирования с одним ограничением, каждая из которых имеет ровно одно оптимальное значение x_{ij}^* , которому соответствует максимальный коэффициент целевой функции, равный произведению $p_i c_j$. Найденное таким образом решение будет обеспечивать максимальный экономический эффект для каждого территориального образования, участвующего в распределении функциональной нагрузки. Соответственно, для нахождения оптимального решения необходимо упорядочить $p_i c_j$ в порядке невозрастания и брать последовательно максимально возможные x_{ij} ($i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$), пока не будет нарушаться условие (2).

Использование модели позволяет проводить распределение функциональной нагрузки не только для существующей ситуации, но и в контексте различных вариантов возможных изменений городской среды, связанных с проведением крупных градостроительных мероприятий, реализацией различных проектов, стратегических планов и т.п. В этом случае появляется возможность учесть в экономическом обосновании планов и проектов оценку будущих доходов от повышения инвестиционной привлекательности территориальных образований. Полученное распределение функциональной нагрузки предоставляет приоритет тем видам деятельности для данной территории, которые наиболее привлекательны для инвесторов, и создает основу для формирования вышеупомянутых экономических характеристик земельных участков территориального образования (ставка земельного налога, величина выкупной цены и пр.).

Информационное обеспечение модели сплошного распределения функций. Процесс распределения функциональной на-

грузки должен осуществляться с учетом оптимального соотношения между перспективной численностью населения города и его территориальными параметрами, структуризации городской территории в разрезе различного функционального назначения отдельных участков, определении их границ и пропорций, тенденций жилищного строительства, модели землепользования, интенсивности развития транспортных коммуникаций. Для реализации модели необходима информация о территориальной структуре города с учетом ее возможных изменений, о существующей и планируемой функциональной нагрузке территориальных образований, а также об инвестиционной привлекательности различных участков городской территории. Такая информация может быть получена из систем кадастровой оценки, территориальной геоинформационной системы, баз оценки недвижимости, данных, представленных на городском инвестиционном портале, информации стратегического плана.

Развитие методов распределения функциональной нагрузки между территориальными образованиями городских агломераций будет способствовать повышению роли городов в качестве опорных элементов региональных систем расселения разного типа. Увеличение функционального разнообразия и территориальной протяженности функций городских территориальных образований является необходимым условием разветвления крупного города в агломерацию, формирования обширных урбанизированных районов и зон.

ЛИТЕРАТУРА

1. Закон Санкт-Петербурга от 22.12.2005 г. № 728-99 «О Генеральном плане Санкт-Петербурга» (с изм. на 6 марта 2019 года) // Официальный сайт Администрации Санкт-Петербурга. URL: <https://www.gov.spb.ru/law/?d&nd=9111568> (дата обращения: 07.04.2019).

2. Белкина Т.Д. Экономические и социальные функции городов: методология и инструменты управления сбалансированным развитием. М.: Сер. Научная

мысль, 2018.

3. *Клеймёнова В.С.* Центр города: роль и функции // Научные записки НГАЭиУ. Новосибирск, 2004. С. 61–62.

4. *Кузнецов А.А.* Формирование инновационного потенциала производственных предпринимательских структур: дис. ... канд. экон. наук. СПб., 2013. 178 с.

5. *Лавров В.А.* Город и его общественный центр. М.: Стройиздат, 1964.

6. Обследование и ретроспективный анализ пассажиропотоков на Петербургском метрополитене: отчет НИР. СПб.: ООО «Лаборатория градопланирования», 2014.

7. *Пальчиков Н.С., Пахомова О.М., Мягков В.Н., Федоров В.П.* Методы расчета экономической оценки городских земель // Методы оценки городских земель: материалы Всероссийского семинара. СПб., 1992.

8. *Петрович М.Л., Баранов А.С., Жеблиценко М.А., Истомина Л.Ю., Костючен-*

ко А.К., Лосин Л.А., Резников И.Л. Коммуникативные свойства центра Санкт-Петербурга: анализ изменений за 2004–2014 гг. // Социально-экономические проблемы развития и функционирования транспортных систем городов и зон их влияния: материалы XXI Междунар. (24-ой Екатеринбургской) науч.-практич. конф. (16–17 июня 2015 г.) / науч. ред. С.А. Ваксман. Екатеринбург: Изд-во АМБ, 2015. С. 55–64.

9. *Соколов Л.И.* Центр города – функции, структура, образ. М.: Стройиздат, 1992.

10. *Федоров В.П., Пахомова О.М., Булычева Н.В.* Земля в городе и проблема ее массовой рыночной оценки // Мониторинг социально-экономической ситуации и состояния рынка труда Санкт-Петербурга. 1997. № 1. С. 32–40.

11. *Форрестер Дж.* Динамика развития города. М.: Прогресс, 1974.